2023年度　医学部

前期入試

医学部受験生 必見!!　再現問題あり

総まとめ

数学

メディセンス

medisense

2023 年に実施された私立医学部前期試験から、
学習しておきたい問題をピックアップしました。

後期試験に臨む方、次年度の入試を見据える方
のお役にたてば幸いです。

◆ 目　次 ◆

■ 数学ⅠA・ⅡB

・<u>式と証明</u>

26. 2 項係数の和 【東京医科大学】
27. 多項定理 【日本医科大学 (前期)】
28. 3 変数での存在条件 【昭和大学Ⅰ期】

・<u>図形と方程式</u>

29. 円と直線 【※金沢医科大学 (1 日目)】
30. 直交する 2 直線の交点の軌跡 【※愛知医科大学】
31. 線形計画法 ($|x|+|y|=k$) 【兵庫医科大学】

・<u>三角関数</u>

32. 三角関数の連立方程式 【※帝京大学 (1 日目)】

・<u>指数・対数</u>

33. 7^{189} の最高位とその次の数・下 2 桁の数 【※聖マリアンナ医科大学】
34. 複雑な対数不等式 【福岡大学】
35. 対数の大小比較 【昭和大学Ⅰ期】

・<u>数学Ⅱ微積分</u>

36. 3 次関数のグラフと接線が囲む部分の面積 【※帝京大学 (3 日目)】

・<u>ベクトル</u>

37. 球と直線の交点 【※川崎医科大学】
38. ベクトルの大きさの最大・最小 (基底の取替え) 【※帝京大学 (1 日目)】
39. 球と平面の交円 【※帝京大学 (2 日目)】
40. 円上を動く点の内積 【関西医科大学 (前期)】
41. 平面に関する対称点・折れ線の最小値 【福岡大学】
42. 点の存在する領域 【東京医科大学】
43. 点の位置ベクトル(複素数平面) 【※東邦大学】
44. 四角錘 【※獨協医科大学 (1 日目)】
45. 平面と直線の交点(平行六面体) 【日本大学N方式 (前期)】
46. 平面と直線の交点(四面体) 【杏林大学】

・<u>数列</u>

47. 群数列 (一般項なし)　【※愛知医科大学】
48. 数表　【※金沢医科大学 (2 日目)】
49. 差分 (標準)　【兵庫医科大学】
50. 差分 (やや応用)　【日本医科大学】
51. 周期性のある数列の和　【順天堂大学】
52. 格子点　【久留米大学 (前期)】
53. $S_n=\alpha^n+\beta^n$ の 3 項間漸化式　【※北里大学】
54. $a_{n+1}=\bigcirc a_n+(n$ の 2 次式$)$　【※獨協医科大学 (2 日目)】

■ 数学Ⅲ

・<u>複素数平面</u>

55. 直線に関する対称移動　【兵庫医科大学】
56. ド・モアブルの定理　【日本大学N方式 (前期)】
57. 1 の 5 乗根・双曲線　【昭和大学Ⅰ期】
58. 1 の $2n+1$ 乗根　【大阪医科薬科大学 (前期)】
59. 軌跡 (メビウス変換)・偏角の最大・最小　【※国際医療福祉大学】
60. 軌跡 (パラメーター表示)　【順天堂大学】

・<u>極限</u>

61. 等比数列・無限等比級数の収束条件　【日本大学N方式 (前期)】
62. e 絡みの極限　【東京医科大学】
63. 複雑な対数の極限　【大阪医科薬科大学 (前期)】
64. 対数をとる極限　【日本医科大学 (前期)】
65. 区分求積法　【※東邦大学】

・<u>数学Ⅲ微積分</u>

66. 減衰曲線　【※東京女子医科大学】
67. サイクロイド・パラメーター表示　【東北医科薬科大学】
68. 等式を利用する定積分の計算　【藤田医科大学 (前期)】
69. 積分方程式　【久留米大学 (前期)】
70. 部分分数分解を利用する定積分の計算　【東北医科薬科大学】
71. $\int\sqrt{x^2+4}\,dx$ の計算　【関西医科大学 (前期)】
72. 逆関数の積分に関する証明　【藤田医科大学 (前期)】
73. 定積分と漸化式　【※獨協医科大学 (2 日目)】
74. 2 変数の積分漸化式　【※川崎医科大学】
75. 斜軸回転体の体積　【昭和大学Ⅰ期】
76. 円柱を切断してできる立体の体積　【※岩手医科大学】

77.　非回転体の体積　【杏林大学】
78.　不等式で表された立体の体積　【※東邦大学】
79.　複雑な回転体の体積　【※愛知医科大学】

・<u>２次曲線</u>
80.　放物線・接線のなす角・軌跡　【※聖マリアンナ医科大学】
81.　楕円と直線　【※獨協医科大学 (１日目)】
82.　極方程式 (一定であることの証明)・双曲線　【日本大学 (前期) ２次試験】

<u>解答・解説は在校生のみご案内しております。本誌には掲載しておりません。</u>

注意

※が付いている大学は受験生からの再現問題ですので，表現・数値等が異なる場合があります.
また，問題の一部を改題・抜粋しているものもあります.

$\boxed{1}$ 三角関数の基本対称式

$\sin x+\cos x=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\tan^3 x+\dfrac{1}{\tan^3 x}=\boxed{}$ である．

【東海大学２日目】

$\boxed{2}$ 次数下げ・２重根号

$\alpha=\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ のとき，$\alpha^5-\alpha^4-12\alpha^3+12\alpha^2+16\alpha=\boxed{}$ である．

【藤田医科大学 (前期)】

$\boxed{3}$ ２次関数の最大・最小

$a,\ b,\ p$ を正の整数とし，$f(x)=ax^2-px+b$ とする．$y=f(x)$ のグラフが２点 $(3,\ 11)$，$(-3,\ 35)$ を通るとき

$$p=\boxed{}$$

である．そのときに，$-1\leqq x\leqq 2$ における $f(x)$ の最大値が 11，最小値が 3 であるなら，

$$a=\boxed{},\quad b=\boxed{}$$

である．

【埼玉医科大学 (前期)】

$\boxed{4}$ ２次不等式

x を実数とする．命題「$x^2-9x+20<0 \implies x^2-2(k-1)x+k^2-2k-8\leqq 0$」が真となる k の値の範囲は $\boxed{}\leqq k\leqq\boxed{}$ である．

【藤田医科大学 (前期)】

$\boxed{5}$ ２次方程式の解の配置

２次方程式 $x^2+2kx+4k-3=0$ は２つの実数解 $\alpha,\ \beta$ をもつとする．ただし，$\alpha<\beta$ とする．このとき，k の値の範囲は $\boxed{}$ である．また，$\beta\leqq k$ となるような k の値の範囲は $\boxed{}$ である．

【福岡大学】

$\boxed{6}$ 三角比を利用する幾何の計量

長方形 ABCD の辺 AD 上に点 P，辺 CD 上に点 Q を$\angle$BPQ＝90°となるようにとる．
PQ＝20，$\tan \angle \mathrm{PBQ}=\dfrac{4}{7}$，$\tan \angle \mathrm{QBC}=\dfrac{1}{8}$ を満たすとき，

$$\mathrm{BC}=\boxed{},\quad \tan \angle \mathrm{ABP}=\boxed{},\quad \mathrm{AB}=\boxed{}$$

である．

【※帝京大学 (2 日目)】

$\boxed{7}$ 内心・三角形の面積比

AB＝8，BC＝5，CA＝7 である三角形 ABC の内心を I とし，直線 CI と辺 AB の交点を D とする．このとき，三角形 ADI の面積は三角形 ABC の面積の $\boxed{}$ 倍である．

【東海大学 1 日目】

$\boxed{8}$ 正八面体の内・外接球【東海大学 2 日目】

1 辺の長さが 3 である正八面体に 6 点で外接する球の半径は $\boxed{}$ であり， 8 点で内接する球の半径は $\boxed{}$ である．

【東海大学 2 日目】

$\boxed{9}$ 変量変換

a を整数， n を 2 以上の整数とする． a から始まる連続する n 個の整数の平均を $\overline{x}$，分散を s^2，標準偏差を s とする．このとき， $\overline{x}$ と s^2 を a と n を用いて表せ．

【近畿大学 (前期)】(一部抜粋)

$\boxed{10}$ 相関係数

データ x，y が n 個ずつある．これらの分散 $S^2{}_x$，$S^2{}_y$ は $S^2{}_x=9$，$S^2{}_y=4$ であり，相関係数 r は $0\leqq r\leqq 1$ を満たしている．このとき， x，y の共分散 S_{xy} のとり得る値の範囲は，$\boxed{}\leqq S_{xy}\leqq\boxed{}$ である．また， $z=x-y$ で与えられるデータ z の分散 $S^2{}_z$ のとり得る値の範囲は $\boxed{}\leqq S^2{}_z\leqq\boxed{}$ である．

【※東邦大学】

$\boxed{11}$ 正多角形の頂点を選んでできる三角形

n を 4 以上の偶数とする．正 n 角形の頂点を結んでできる三角形を考える．

(1) 直角三角形の個数を求めよ．

(2) 鈍角三角形の個数を求めよ．

(3) 鋭角三角形の個数を求めよ．

【※愛知医科大学】

$\boxed{12}$ サイコロの目の最大・最小

サイコロを n 回投げるとき，出た目の最大値を M，最小値を m とする．

(1) $n=3$ のとき，$M-m=4$ となる確率は $\boxed{}$ である．

(2) $n=4$ のとき，$M-m=4$ となる確率は $\boxed{}$ である．

【※帝京大学 3 日目】

$\boxed{13}$ 円順列

A，O，I と書かれたカードが 3 枚，Y と書かれたカードが 2 枚ある．これら 5 枚のカードを円形に並べるとき，時計回りに「YAYOI」と並ぶ確率を求めよ．

【※東京女子医科大学】

$\boxed{14}$ 検査の条件付き確率

ウイルス X に対して陽性または陰性と判定する検査 A に関して次の 2 つのことがわかっている．

(i) ウイルス X に感染している人に検査 A を実施すると，80 %の確率で陽性と判定される．

(ii) ウイルス X に感染していない人に検査 A を実施すると，70 %の確率で陰性と判定される．

ある集団において，40 %の人がウイルス X に感染していることがわかっている．この集団の人に対して検査 A を行って陽性と判定されたとき，実際にウイルス X に感染している条件付き確率は $\boxed{}$ である．

【東京医科大学】

$\boxed{15}$ 和が 3 の倍数

袋 A から袋 D には数字が書かれたカードが入っている．どのカードにも数字はただ一つだけ書かれている．袋 A には 1, 2, 3, 4 の赤色のカードが各 1 枚ずつ計 4 枚入っている．袋 B には 0 の数字カードが 1 枚，1 の数字のカードが 2 枚の計 3 枚の青色のカードが入っている．袋 C には 1 の数字のカードが 2 枚，2 の数字のカードが 1 枚，3 の数字のカードが 1 枚，4 の数字のカードが 1 枚の計 5 枚の緑色のカードが入っている．袋 D には 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 の数字が書かれた黄色のカードが各 1 枚ずつ計 10 枚入っている．袋 A，B，C，D から 1 枚ずつカードを引いて，赤，青，緑，黄色の順にそれぞれ千の位，百の位，十の位，一の位に数字を並べてできる 4 桁の正の整数を N とする．このとき，N が 3 の倍数である確率は $\boxed{}$ である．

【東北医科薬科大学】(一部抜粋)

$\boxed{16}$ 積が 4 の倍数・8 の倍数

袋の中に，1 から 8 までの番号が書かれたカードが 2 枚ずつ，合計 16 枚入っている．この袋から同時に 3 枚のカードを取り出し，取り出したカードに書かれた数の積を M，和を S とする．

(1) M が 4 の倍数になる確率は $\boxed{}$ である．

(2) M が 8 の倍数であるとき，$S<M$ となる条件付き確率は $\boxed{}$ である．

【東京医科大学】(一部抜粋)

$\boxed{17}$ 確率漸化式(初手で場合わけ)

1から3までの数字が1つずつ書かれた3枚のカードが入っている箱と，頂点が反時計回りにA，B，Cの順に並んでいる正三角形ABCがある．箱から1枚のカードを取り出し，数字を確認してからもとに戻す．このとき，点Pを以下の**〈規則〉**にしたがって正三角形の頂点を移動させ，移動した頂点に応じて文字列を作る試行を行う．文字列は左から順に文字 ○，× を書くものとする．

〈規則〉

- 1回目は次のようにする．
  1の書かれたカードが取り出されたときは点Pを頂点Aにおき，文字 ○ を書く．
  2の書かれたカードが取り出されたときは点Pを頂点Bにおき，文字 × を書く．
  3の書かれたカードが取り出されたときは点Pを頂点Cにおき，文字 × を書く．
- 2回目以降は次のようにする．
  k ($k=1, 2, 3$) の書かれたカードが取り出されたとき，点Pがおいてある頂点から反時計回りに k 個先の正三角形の頂点に移動し，移動した頂点がAのときは既にある文字列の右側に ○ を，移動した頂点がA以外のときは既にある文字列の右側に × を書く．

例えば，3回の試行において取り出されたカードに書かれた数字が順に1, 2, 3のとき，点Pは A → C → C と移動し，得られる文字列は ○×× である．この試行を n ($n \geqq 2$) 回繰り返したとき，文字列中に × が連続しない確率を p_n とする．

(1) p_2, p_3, p_4 を求めよ．

(2) p_n ($n \geqq 2$) を求めよ．

【大阪医科薬科大学(前期)】

$\boxed{18}$ ランダムウォーク

どの目も等しい確率で出る1個のサイコロを1回投げ，出た目が3の倍数ならば2点加点され，3の倍数でなければ1点が減点されるゲームを繰り返し行う．最初の持ち点を0点とする．

(1) 3回目のゲーム終了時に0点となる確率は $\boxed{}$ である．

(2) 6回目のゲーム終了時にはじめて0点となる確率は $\boxed{}$ である．

(3) 3回目のゲーム終了時に0点となり，9回目のゲーム終了時に2回目の0点となる確率は $\boxed{}$ である．

(4) 9回目のゲーム終了時にはじめて0点となる確率は $\boxed{}$ である．

【久留米大学(前期)】

19 チェバ・メネラウス・方べきの定理

平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 C_1 と，点 O を中心とする半径 $\sqrt{6}$ の円 C_2 がある．円 C_2 上に点 A をとり，点 A から円 C_1 に引いた接線と円 C_1 との接点の 1 つをP, 直線 OP と円 C_1 の交点のうち点 P と異なる点を Q，直線 AQ と円 C_1 との交点のうち点 Q と異なる点を R とおく．

このとき，

$$\mathrm{AP}=\boxed{},\ \mathrm{AQ}=\boxed{},\ \mathrm{AR}=\boxed{}$$

であり，直線 AP と円 C_2 の交点のうち点 A と異なる点を S，直線 AO と直線 SQ の交点を T とおくと，

$$\mathrm{AP}:\mathrm{PS}=\boxed{}:\boxed{},\ \mathrm{ST}:\mathrm{TQ}=\boxed{}:\boxed{}$$

である．

さらに，直線 PR と直線 OA の交点を点 U，直線 PR と円 C_2 の 2 つの交点を D，E とすると，

$$\mathrm{AU}=\boxed{}$$

であるので，

$$\mathrm{DU}\times\mathrm{EU}=\boxed{}$$

である．

【久留米大学 (前期)】

20 最小公倍数 (LCM)

$n=2310$ とする．

(1) n の正の約数の個数は $\boxed{}$ 個

(2) 正の整数 a, b に対し， a と b の最小公倍数が n になる a, b の組合せは $\boxed{}$ 通り．ただし，組 $(a,\ b)$ と組 $(b,\ a)$ は異なるものとする．

【※帝京大学 (1 日目)】

$\boxed{21}$ 2次方程式が整数解をもつ

x の2次方程式 $x^2+mx+\dfrac{m}{2}=4$ が異なる2つの整数解をもつよう m の値は $\boxed{}$ 通りあり，その中で m の最大値は $\boxed{}$，最小値は $\boxed{}$ である．

【※帝京大学(2日目)】

$\boxed{22}$ 2変数の整数方程式(積の形)

(1)　$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)-4ab$ を因数分解せよ．

(2)　$(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)=4ab$ を満たす整数 a, b の組で，$a<b$ となるものは $\boxed{}$ 組あり，その中で a, b のどちらも正の整数となる a, b は $(a,\ b)=\boxed{}$ である．

【関西医科大学(前期)】

$\boxed{23}$ 無限降下法・無理数の証明

O を原点とする座標平面において，第1象限に属する点 $\mathrm{P}(\sqrt{2}\,r,\ \sqrt{3}\,s)$ (r, s は有理数)をとるとき，線分 OP の長さは無理数になることを示せ．

【東京慈恵会医科大学】

$\boxed{24}$ 1次不定方程式

整数 x, y, z が連立方程式

$$\begin{cases} 5x-9y-2z=18 \\ -6x+2y+3z=25 \end{cases}$$

を満たすとき，$|2x-3y|$ の最小値は $\boxed{}$ であり，$|x+y+z|$ の最小値は $\boxed{}$ である．

【※東邦大学】

$\boxed{25}$ 正の約数の個数

自然数 n に対して，n の正の約数の個数を $f(n)$ とする．このとき，$f(5040)=\boxed{}$ であり，$f(n)=15$ 満たす n のうち，値が小さいほうから 2 番目のものは $\boxed{}$ である．また，$5f(m)+3f(n)-13=f(mn)$ を満たす互いに素な自然数 m，n に対して，mn の最小値は $\boxed{}$ である．

【※北里大学】

$\boxed{26}$ 2 項係数の和

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_n\mathrm{C}_k)$ が 10000 を超えるような最小の正の整数 n は $\boxed{}$ である．

【東京医科大学】

$\boxed{27}$ 多項定理

$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，$\left(\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+1\right)^{n+2}$ の展開式の x^3 の係数を A_n とするとき，A_n を求めよ．

【日本医科大学 (前期)】(一部抜粋)

$\boxed{28}$ 3 変数での存在条件

実数 a，b，c が

$$a+b+c=8\ ,\quad a^2+b^2+c^2=32$$

を満たすとき，c のとりうる値の範囲を不等式を用いて表せ．

【昭和大学 I 期】

$\boxed{29}$ 円と直線

座標平面上の円 $C: x^2+y^2=4$ と直線 $\ell: y=x+a$ の 2 つの交点と原点 O とで作られる三角形が正三角形になるとする．このとき， $a>0$ での C と ℓ の 2 つの交点のうち x 座標が大きいほうを A，小さいほうを B とする．また， $a<0$ での C と ℓ の 2 つの交点のうち x 座標が小さいほうを C，大きいほうを D とする．

⑴　A の座標は ($\boxed{}$, $\boxed{}$) であり， $a>0$ のとき $a=\boxed{}$ である．

⑵　直線 ℓ に平行で， C に接する直線を m とする．直線 OA，OB と m の交点を A′，B′ とする．このとき三角形 OA′B′ の面積は $\boxed{}$ である．

【※金沢医科大学 (1 日目)】(一部抜粋)

$\boxed{30}$ 直交する 2 直線の交点の軌跡

xy 平面上の 2 直線 $\ell_1: mx-y=0$， $\ell_2: x+my-2m-1=0$ の交点を P とし， m が任意の実数をとるとき点 P の軌跡が描く曲線を C とする． C と ℓ_1, ℓ_2 の交点をそれぞれ Q_1, Q_2 とする．

⑴　点 P の軌跡を求めよ．

⑵　PQ_1+PQ_2 が最大となるときの m の値を求めよ．

【※愛知医科大学】

$\boxed{31}$ 線形計画法 ($|x|+|y|=k$)

実数 x, y が $x^2-2x+y^2-3=0$ を満たすとき，

⑴　$|x|+|y|$ の最小値とそのときの x および y の値を求めよ．

⑵　$|x|+|y|$ の最大値とそのときの x および y の値を求めよ．

【兵庫医科大学】

$\boxed{32}$ 三角関数の連立方程式

実数 x, y は

$$\begin{cases} \cos x+\sin y=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x+\cos y=\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{cases} \qquad \left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2},\ -\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}\right)$$

を満たすとする．このとき， $\sin(x+y)=\boxed{}$ であり， $x=\boxed{}$, $y=\boxed{}$ である．

【※帝京大学(1日目)】

$\boxed{33}$ 7^{189} の最高位とその次の数・下 2 桁の数

7^{289} の桁数は $\boxed{}$, 下 2 桁の数は $\boxed{}$, 最高位とその次の位の数は $\boxed{}$ である．ただし，以下の値を用いて計算すること．

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$，$\log_{10}11=1.0414$，

$\log_{10}13=1.1139$ $\log_{10}17=1.230$，$\log_{10}19=1.279$

【※聖マリアンナ医科大学】

$\boxed{34}$ 複雑な対数不等式

不等式

$$(\log_x 2)|\log_2|x-1||+|\log_x 8|-2\geqq 0$$

の解は $\boxed{}$ である．

【福岡大学】(一部抜粋)

$\boxed{35}$ 対数の大小比較

a, b は 1 より大きく相異なる実数とする．次の問いに答えよ．

(1) $x=\log_a\sqrt{ab}$, $y=\log_{\sqrt{ab}}b$ とする． x, y の大小関係を不等式を用いて表せ．

(2) $w=\log_{\frac{a+b}{2}}b$ とする． y, w の大小関係を不等式を用いて表せ．

(3) $z=\log_a\dfrac{a+b}{2}$ とする． x, y, w, z の大小関係を不等式を用いて表せ．

【昭和大学 I 期】

$\boxed{36}$ 3次関数のグラフと接線が囲む部分の面積

$f(x)=x^3$ とし，曲線 C：$y=f(x)$ 上の点 A (2, 8) における接線を ℓ とする． C と ℓ の共有点のうち A でないものの x 座標は $\boxed{}$ であり， C と ℓ とで囲まれた部分の面積は $\boxed{}$ である．

【※帝京大学 (3 日目)】

$\boxed{37}$ 球と直線の交点

A (2, 2, 0)，B (0, 2, 2)，P $(t,\ t,\ t)$ $(t>0)$ とする．

(1) 2 点 A，B を直径の両端とする球面を K とする．球面 K の方程式は $\boxed{}$ である．

(2) 直線 OP と球面 K との 2 つの交点を P_1，P_2 とし，線分 AB の中点を C とする．

このとき△ CP_1P_2 の面積は $\boxed{}$ である

(3) 直線 OP に垂直な平面 α が球面 K に接するとき，接点を T_1，T_2 とする． T_1，T_2 の x 座標をそれぞれ x_1，x_2 とするとき， $x_1=\boxed{}$，$x_2=\boxed{}$ である．($x_1<x_2$)

また， T_2 から直線 OT_1 に垂線 T_2H を下ろすとき， H $(\boxed{},\ \boxed{},\ \boxed{})$ である．

【※川崎医科大学】

$\boxed{38}$ ベクトルの大きさの最大・最小 (基底の取替え)

平面上の 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が $|\vec{a}-2\vec{b}|=1$，$|-2\vec{a}+7\vec{b}|=1$ を満たすとき， $|\vec{a}+\vec{b}|$ の最大値は $\boxed{}$ ，最小値は $\boxed{}$ である．

【※帝京大学 (1 日目)】

$\boxed{39}$ 球と平面の交円

球面 S：$x^2+y^2+z^2=25$ と平面 α：$x+2y+2z=9$ の交わりの円を C とする．

C の半径は $\boxed{}$ である． C 上の 2 点 P，Q に対し，内積 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ の最小値は $\boxed{}$ である．

【※帝京大学 (2 日目)】

$\boxed{40}$ 円上を動く点の内積

1辺の長さが2の正三角形とその内接円の接点をA，B，Cとする．点Pが内接円の円周上にあるとき，以下の設問に答えよ．

(1) 内接円の中心をOとするとき，線分OAの長さを求めよ．

(2) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$ の値を求めよ．

(3) $|\overrightarrow{PA}|^2+|\overrightarrow{PB}|^2+|\overrightarrow{PC}|^2$ の値を求めよ．

(4) 点Pが円周上を動くとき，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ の最大値および最小値を求めよ．

【関西医科大学 (前期)】

$\boxed{41}$ 平面に関する対称点・折れ線の最小値

座標空間において，3点A$(1,\ 3,\ 0)$，B$(0,\ -1,\ -3)$，C$(2,\ 4,\ 1)$が定める平面をαとし，D$(0,\ 6,\ -3)$とする．このとき，αに関してDと対称な点Eの座標は $\boxed{}$ である．また，F$(1,\ 1,\ 1)$とするとき，α上の点で，2線分DP，FPの長さの和DP+FPを最小にする点Pの座標は $\boxed{}$ である．

【福岡大学】(一部抜粋)

$\boxed{42}$ 点の存在する領域

座標空間上に4点O$(0,\ 0,\ 0)$，A$(3,\ 0,\ 0)$，B$(1,\ 2,\ 0)$，C$(0,\ 2,\ 1)$があり，Oから平面ABCに垂線OHを下ろす．実数s，t，uに対し，

$$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}+u\overrightarrow{OC}$$

で定まる点Pについて考える．

(1) 四面体OABCの体積は $\boxed{}$ である．

(2) s，t，uが，$0\leqq s\leqq 2$，$0\leqq t\leqq 2$，$0\leqq u\leqq 2$を満たすように動くとき，点Pが動く部分の体積は $\boxed{}$ である．

【東京医科大学】

43 点の位置ベクトル(複素数平面)

複素数平面上に A(α), B(β), C(γ) を頂点とする三角形 ABC と，$z=\dfrac{2\alpha-3\beta+6\gamma}{5}$ で定められる点 P(z) がある．直線 AP と直線 BC との交点を Q，直線 AC と直線 BP との交点を R とするとき，$\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AQ}}=\boxed{}$，$\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{BR}}=\boxed{}$ である．

【※東邦大学】

44 四角錘

$\mathrm{AC}=\sqrt{61}$，$\mathrm{BD}=\sqrt{21}$ である平行四辺形 ABCD を底面とする四角錘 O−ABCD を考える．O から底面に垂線 OH を下ろしたとき，H は対角線 AC と BD の交点に一致した．また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=-\dfrac{1}{2}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{19}{2}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=-\dfrac{25}{2}$ を満たすとき，次の問いに答えよ．

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=\boxed{}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\boxed{}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\boxed{}$ である．

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\boxed{}$，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=\boxed{}$ であり，平行四辺形 ABCD の面積は $\boxed{}$ である．

(3) 辺 OA の中点を P，辺 OB を 1 : 3 に内分する点を Q，辺 OD を 3 : 1 に内分する点を R とする．直線 OC と平面 PQR との交点を T とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OT}}=\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ である．

【※獨協医科大学 (1 日目)】

45 平面と直線の交点(平行六面体)

平行六面体 OABC−DEFG において，辺 OC の中点を H，辺 DG を 3 : 1 に内分する点を I，辺 EF と平面 AHI の交点を J，対角線 OF と平面 ADH および AHI の交点をそれぞれ P，Q とする.

(1) $\dfrac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OF}}=\boxed{}$ である.

(2) △ AEJ および平行四辺形 ABFE の面積をそれぞれ S_1，S_2 とすると，$\dfrac{S_1}{S_2}=\boxed{}$ である.

(3) OP : PQ : QF を最も簡単な整数比で表すと，$\boxed{}:\boxed{}:\boxed{}$ である.

【日本大学N方式 (前期)】

46 平面と直線の交点(四面体)

点 O を原点とする座標空間に 3 点 A (−1, 0, −2)，B (−2, −3, −2)，C (1, 2, −2) がある.

(1) △ ABC の重心を G とすると，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\boxed{}(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$ であり，線分 OB を 2 : 1 に内分する点を Q とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=(\boxed{},\ \boxed{},\ \boxed{})$ となる.

(2) 線分 OC を 2 : 1 に内分する点を R とし，3 点 A，Q，R を通る平面 α と直線 OG との交点を S とする．点 S は平面 α 上にあることから，

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+u\overrightarrow{\mathrm{OB}}+v\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

(ただし，t，u，v は $t+\boxed{}\,u+\boxed{}\,v=1$ を満たす実数)

と書けるので，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=\boxed{}\,\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ となることがわかる.

平面 α 上において，点 S は三角形 AQR の $\boxed{ア}$ に存在し，四面体 O−AQR の体積は，四面体 O−ABC の体積の $\boxed{}$ 倍である.

$\boxed{ア}$ の解等群

① 辺 AQ 上　② 辺 AR 上　③ 辺 QR 上　④ 内部　⑤ 外部

【杏林大学】(一部抜粋)

$\boxed{47}$ 群数列(一般項なし)

数列

$$1,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ 1,\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ 1,\ \frac{1}{5},\ \cdots\cdots\cdots$$

について次の問に答えよ.

(1) $\dfrac{5}{8}$ は第何項か.

(2) 第 200 項の数を求めよ.

(3) 初項から第 200 項までの和を求めよ.

【※愛知医科大学】

$\boxed{48}$ 数表

図のように自然数 1, 2, 3, … を並べていく.

行＼列	1	2	3	4	5	6
1	1	3	4	10	11	21
2	2	5	9	12	20	23
3	6	8	13	19	24	…
4	7	14	18	25	…	…
5	15	17	26	…	…	…
6	16	27	…	…	…	…

(1) 1 行 n 列の自然数を a_n とするとき, $a_{15}=\boxed{}$, $a_{16}=\boxed{}$ である.

(2) 200 は $\boxed{}$ 行 $\boxed{}$ 列の自然数である.

(3) n 行 n 列の自然数を b_n とするとき, $b_n=\boxed{}$ であり, $b_n<1000$ を満たす最大の自然数 n は $n=\boxed{}$ である.

【※金沢医科大学(2 日目)】

$\boxed{49}$ 差分 (標準)

n は自然数とし，$0!=1$ とする．自然数 p に対して，和 S_p を

$$S_p=\sum_{k=1}^{n}\frac{(k-1)!}{(k+p)!}$$

とする．$p=1,\ 2,\ 3$ のとき $\lim_{n\to\infty} S_p$ をそれぞれ求めよ．

【兵庫医科大学】(一部改題)

$\boxed{50}$ 差分 (やや応用)

n を自然数とし，$A_n=\dfrac{9}{16}(n+1)(n+2)(n+4)$ とする．$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{A_k}$ を求めよ．

【日本医科大学】(一部抜粋)

$\boxed{51}$ 周期性のある数列の和

一般項が $a_n=\sin^n\left(\dfrac{2}{3}n\pi\right)$ である数列 $\{a_n\}$ について，$\displaystyle\sum_{n=1}^{6}a_n=\boxed{}$ である．

また，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\boxed{}$ である．

【順天堂大学】

52 格子点

n を正の整数とする．連立不等式

$$\begin{cases} y \geqq 2^{\log_2 x + x} \\ y \leqq -x^2 + n(2^n + n) \end{cases}$$

で表される領域を D_n とする．ただし，x 座標と y 座標がともに整数となる点を「格子点」と呼ぶものとする．

(1)　$S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + n \cdot 2^n$ とするとき，

$$S = (n - \boxed{}) \cdot 2^{n + \boxed{}} + \boxed{}$$

である．

(2)　D_n に含まれる格子点の個数を n を用いて表すと，

$$\boxed{}\, n^3 - \boxed{}\, n^2 + \boxed{}\, n - \boxed{} + (n^2 - \boxed{}\, n + \boxed{}) \cdot 2^n$$

である．

【久留米大学 (前期)】(一部抜粋)

53 $S_n = \alpha^n + \beta^n$ の 3 項間漸化式

$\alpha = 3 + \sqrt{10}$，$\beta = 3 - \sqrt{10}$ とし，$S_n = \alpha^n + \beta^n$ とする．$S_2 = \boxed{}$，$S_3 = \boxed{}$ であり，S_{n+2} を S_{n+1}，S_n を用いて表すと，

$$S_{n+2} = \boxed{}\, S_{n+1} + \boxed{}\, S_n$$

である．これより，α^{111} の整数部分を 30 で割った余りは $\boxed{}$ である．

【※北里大学】

54 $a_{n+1} = \bigcirc a_n + (n$ の 2 次式$)$

数列 $\{a_n\}$ は各項が正であり，

$$\log_2(a_1 a_2 a_3 \cdots a_n) = -2n^2 + 49 + \log_2 {a_n}^2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たしている．数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log_2 a_n$ とするとき，次の問いに答えよ．

(1)　$b_{n+1} = \boxed{}\, b_n + \boxed{}\, n^2 + \boxed{}\, n + \boxed{}$ である．

(2)　数列 $\{c_n\}$ を $c_n = pn^2 + qn + r$ とする．数列 $\{b_n - c_n\}$ が等比数列となるとき，

$p = \boxed{}$，$q = \boxed{}$，$r = \boxed{}$ である．このことから，数列 $\{b_n\}$ の一般項は，

$b_n = \boxed{}$ となる．

【※獨協医科大学 (2 日目)】

55 直線に関する対称移動

複素数平面上に原点 O と 2 点 A(α), B(β) を頂点とする三角形 OAB がある.

直線 OB に関して点 A と対称な点を C(γ) とする. このとき, $\gamma=\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}\beta$ であることを示せ. ただし, $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)$ と共役な複素数を $\overline{\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)}$ で表すとする.

【兵庫医科大学】一部抜粋()

56 ド・モアブルの定理

複素数 z は $z+\overline{z}=-4$, $|z+6|=2\sqrt{7}$ を満たすとする. ただし, $\overline{z}$ は z の共役な複素数である.

(1) i を虚数単位とする. $z=\boxed{}\pm\boxed{}\,i$ である.

(2) z^n が実数になるような最小の自然数 n の値は $\boxed{}$ であり, そのときの z^n の値は $\boxed{}$ である.

【日本大学N方式 (前期)】

57 1の5乗根・双曲線

i を虚数単位として, 複素数 $z=\cos\dfrac{2}{5}\pi+i\sin\dfrac{2}{5}\pi$ を考える.

$w=z+z^3$ とし, w と共役な複素数を $\overline{w}$ で表す. このとき, $w+\overline{w}=\boxed{}$ である. $w\cdot\overline{w}$ の実部は $\boxed{}$ であり, 虚部は $\boxed{}$ である. 点 z^2 と z^3 を焦点とし, 焦点からの距離の差の大きさが z^2 で定まる双曲線を考える. この双曲線の漸近線の傾きの絶対値は $\boxed{}$ である.

【昭和大学 I 期】

$\boxed{58}$ 1の $2n+1$ 乗根

(1) n を 2 以上の整数とする．実数係数の n 次方程式 $f(x)=0$ が虚数解 α をもつならば，α の共役な複素数 $\overline{\alpha}$ も $f(x)=0$ の解であることを示せ．

(2) n を正の整数とする．
半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cdots\mathrm{A}_{2n}$ について，n 個の線分の長さの積 $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\times\mathrm{A}_0\mathrm{A}_2\times\mathrm{A}_0\mathrm{A}_3\times\cdots\times\mathrm{A}_0\mathrm{A}_n$ を L とする．複素数平面上で中心 O，半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cdots\mathrm{A}_{2n}$ を考えることで，L を求めよ．

【大阪医科薬科大学 (前期)】

$\boxed{59}$ 軌跡 (メビウス変換)・偏角の最大・最小

複素数 z，w は次の関係式を満たしている

$$w=\frac{2z-4}{z-1}$$

(1) $|z|=1$ のとき w の軌跡を求めよ．

(2) z が虚軸上を動くとき w の軌跡を求めよ．また，$\arg w=\theta$ とするとき，$\tan\theta$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) $\left|z-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i\right|=\frac{2}{5}$ を満たすとき，$|z|$ の最大値と最小値を求めよ．

【※国際医療福祉大学】

$\boxed{60}$ 軌跡(パラメーター表示)

(1) 複素数 z に対して，$w=z^2$ とおく．点 z が複素数平面上の点 $\dfrac{3}{8}$ を通り，虚軸に平行な直線上を動くとする．このとき，$z=\dfrac{3}{8}+yi$, $w=u+vi$ とおくと，

$u=\boxed{}-\boxed{}\,v^{\boxed{}}$ という関係が得られるので，点 w は複素数平面上で実軸と点 $\boxed{}$ で交わり，虚軸と $\pm\boxed{}\,i$ の 2 点で交わる放物線を描く．

(2) 複素数 z に対して，$w=\dfrac{1}{z}$ とおく．点 z が複素数平面上の点 $2i$ を通り，実軸に平行な直線上を動くとする．このとき，$z=x+2i$, $w=u+vi$ とおくと，

$u^2+v^2=\dfrac{1}{x^2+\boxed{}}$ となり，$u^2+(v+\boxed{})^{\boxed{}}=\boxed{}$ という関係が得られるので，点 w は複素数平面上で点 $\boxed{}\,i$ を中心とする半径 $\boxed{}$ の円を描く．ただし，点 $\boxed{}$ を除く．

【順天堂大学】

$\boxed{61}$ 等比数列・無限等比級数の収束条件

n を自然数とする．$a_n=\tan^n\dfrac{\theta}{2}$ $(-\pi<\theta<\pi)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ を考える．

(1) $\theta=-\dfrac{\pi}{12}$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\boxed{}$ である．

(2) $\theta=\dfrac{\pi}{\boxed{}}$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$ は収束するが，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ は収束しない．このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\boxed{}$ である．

(3) $\theta=\dfrac{\pi}{3}$ のとき，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\dfrac{\sqrt{\boxed{}}+\boxed{}}{\boxed{}}$ であり，$\theta=\dfrac{\pi}{6}$ のとき，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\dfrac{\sqrt{\boxed{}}-\boxed{}}{\boxed{}}$ である．

【日本大学N方式(前期)】

$\boxed{62}$ e 絡みの極限

$f(x)=(1+x)\log(3+x)-(1+x)\log(5+x)$ とするとき，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\boxed{}$ である．

【東京医科大学】

63 複雑な対数の極限

関数 $f(x)=e^{x}\sin(e^{x})$ について，以下の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底とする．

(1) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸の共有点を，x 座標の小さい方から順に A_1, A_2, A_3, $\cdots$ とし，$\mathrm{A}_n\,(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ の x 座標を a_n とする．a_n を求めよ．

(2) A_n における曲線 $y=f(x)$ の接線と x 軸，y 軸で囲まれた図形の面積を T_n とする．$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{T_{n+1}}{T_n}$ を求めよ．

【大阪医科薬科大学 (前期)】(一部抜粋)

64 対数をとる極限

$n=1,\ 2,\ \cdots$ に対して，$a_n=n+1$, $b_n=n+2$, $c_n=n+4$ とするとき，極限

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\left\{\frac{(a_n+b_n+c_n)!}{n!}\right\}^{\frac{1}{n}}$$

を求めよ．ただし，必要ならば $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{\log t}{t}=0$ を証明なしに用いてよい．

【日本医科大学 (前期)】(一部抜粋)

65 区分求積法

正の整数 m, n に対して，$S_n(m)=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^m$ とする．このとき，

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\{S_n(1)\}^3}{\{S_n(2)\}^2}=\boxed{}\ ,\quad \lim_{n\to\infty}\frac{\{S_n(3)\}^3}{\{S_n(5)\}^2}=\boxed{}$$

である．

【※東邦大学】

$\boxed{66}$ 減衰曲線

n を自然数とするとき，定積分 $S_n=(-1)^{n-1}\displaystyle\int_{(n-1)\pi}^{n\pi} e^{-x}\sin x\,dx$ の値を求めよ.

また，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ.

【※東京女子医科大学】

$\boxed{67}$ サイクロイド・パラメーター表示

座標平面上でサイクロイド C : $x=\theta-\sin\theta$，$y=1-\cos\theta$ $(0\leqq\theta\leqq 2\pi)$ を考える. C 上の点 $\mathrm{P}(t-\sin t,\ 1-\cos t)$ $(0<t<2\pi)$ における接線および法線をそれぞれ ℓ_t，L_t で表す．また，ℓ_t と x 軸の交点を A，L_t と x 軸の交点を B，線分 PB の中点を Q とする.

t が $0<t<2\pi$ を動くとき，点 Q が描く曲線と x 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{}\,\pi$ である．この図形を x 軸の周りに回転して得られる立体の体積 V を $V=a\pi^b$ と整数 a，b を用いて表すとき，$a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$ となる.

【東北医科薬科大学】(一部抜粋)

$\boxed{68}$ 等式を利用する定積分の計算

$f(x)=\dfrac{\sin^3 3x}{\sin^3 3x+\cos^3 3x}$ について，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left\{f(x)-f\!\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\right\}dx=\boxed{}$ であるから，

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\,dx=\frac{\pi}{\boxed{}}$ である.

【藤田医科大学 (前期)】

$\boxed{69}$ 積分方程式

関数 $f(x)$ は積分区間の範囲の中で定義される連続な関数である．ただし，a は実数の定数とし，e は自然対数の底とする．関数 $f(x)$ が

$$\int_1^{\log x} f(t)\,dt-\int_1^2 (x+t)f(t)\,dt=2x+a$$

を満たすとき，$f(x)=\dfrac{\boxed{}\,e^x}{e^2-e-1}$ であり，$a=\dfrac{\boxed{}\,e^2+\boxed{}\,e}{e^2-e-1}$ である.

【久留米大学 (前期)】(一部抜粋)

$\boxed{70}$ 部分分数分解を利用する定積分の計算

以下の問いに答えなさい.

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{\boxed{}}$ である.

(2) $\displaystyle\frac{1}{1+x^3} = \frac{1}{a}\left(\frac{1}{1+x} - \frac{x+b}{x^2+cx+d}\right)$ と部分分数に分解するとき, $a=\boxed{}$,

$b=\boxed{}$, $c=\boxed{}$, $d=\boxed{}$ である.

(3) $\displaystyle I=\int_0^1 \frac{1}{1+x^3}dx = \frac{1}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}}\left(\log\boxed{} + \frac{\pi}{\sqrt{\boxed{}}}\right)$ である.

ただし, log は自然対数とする.

【東北医科薬科大学】

$\boxed{71}$ $\displaystyle\int\sqrt{x^2+4}\,dx$ の計算

xy 平面において, 2 点 A$(3,\ 0)$, B$(-3,\ 0)$ からの距離の積が 12 に等しい点 P の軌跡を C とする. このとき, 以下の設問に答えよ.

(1) C は x 軸, y 軸に関して対称であることを示せ.

(2) C と x 軸との交点の座標を求めよ.

(3) $f(x)=\log\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)$ とするとき, $f'(x)$ を求めよ. また, 不定積分 $\displaystyle\int 2\sqrt{x^2+4}\,dx$ を求めよ.

(4) C で囲まれた図形を, x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

【関西医科大学 (前期)】

$\boxed{72}$ 逆関数の定積分

実数 x の区間 $a \leqq x \leqq b$ (ただし, $0<a<b$) で正の値をとる微分可能な関数 $f(x)$ に対して, 微分可能な逆関数 $g(x)$ が存在するとき, 定積分 S_1, S_2 を次式で定義する.

$$S_1=\int_a^b f(x)\,dx$$

$$S_2=\int_{f(a)}^{f(b)} g(x)\,dx$$

このとき, S_1+S_2 を a, b, $f(a)$, $f(b)$ で表せ.

【藤田医科大学 (前期)】

$\boxed{73}$ 定積分と漸化式

n を自然数とする．関数 $f_n(x)$ が

$$\begin{cases} f_1(x)=\cos x \\ f_{n+1}(x)=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x(\sin x-\sin t)f_n(t)\,dt \end{cases} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすとき，以下の問いに答えよ．

(1)　$a_n=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f_n(t)\,dt$，$b_n=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f_n(t)\sin t\,dt$ とする．このとき，

$$\begin{cases} a_{n+1}=\boxed{}\,a_n-\boxed{}\,b_n \\ b_{n+1}=\boxed{}\,a_n-\boxed{}\,b_n \end{cases}$$

と表せる．

(2)　$a_{n+2}=\boxed{}\,a_n$ となることから，

n が偶数のとき　$f_n(x)=\left(\boxed{}\right)^{\boxed{}}\left(\boxed{}\sin x-\boxed{}\cos x\right)$

n が奇数のとき　$f_n(x)=\left(\boxed{}\right)^{\boxed{}}\cos x$

である．

【※獨協医科大学（2 日目)】

$\boxed{74}$ 2変数の積分漸化式

$m,\ n$ を自然数とする．定積分 $S(m,\ n)$ を

$$S(m,\ n)=\int_{-1}^{1}(1+x)^m(1-x)^n\,dx$$

とする．このとき，$S(3,\ 1)=\boxed{}$ であり，$S(m,\ n)=\boxed{}\,S(m+1,\ n-1)$ となることから，$S(5,\ 5)=\boxed{}$ である．

【※川崎医科大学】

75 斜軸回転体の体積

xy 平面上で，直線 $y=\dfrac{3}{4}x$ を ①，第 1 象限上かつ直線 ① 上に存在し，原点 O (0, 0) から距離 5 の点を A とする．また，軸が y 軸に平行で，A を通り，原点 O で ① と交わる放物線を ② とする．ただし，放物線 ② の原点 O における接線は直線 ① と直交する．さらに，放物線 ② 上で OA 間に存在する点を P とし，その x 座標を p とする．点 P を通り，直線 ① と直交する直線と直線 ① との交点を B として，線分 PB の長さを h とし，線分 OB の長さを t とする．次の問いに答えよ．

(1)　点 A の座標を求めよ．

(2)　放物線 ② の方程式を x, y を用いて表せ．

(3)　h を p を用いて表せ．

(4)　t を p を用いて表せ．

(5)　直線 ① と放物線 ② で囲まれる範囲について，直線 ① を軸として回転したときにできる立体の体積を V とする．体積 V を求めよ．

【昭和大学 I 期】

76 円柱を切断してできる立体の体積

円 $C: x^2+y^2=36$ を底面とし高さが 3 である円柱を考える．点 M，D を M(3, 0, 0) D (6, 0, 3) とし，M を通り x 軸に垂直な平面 α と円 C の交点をA，B とする．

(1)　AB= $\boxed{}$ ，DM= $\boxed{}$

(2)　円柱と平面 α とで囲まれる部分の立体のうち，小さい方の立体の体積 V は
$V=\boxed{}$ である．

(3)　点A，B，D を通る平面を β とする．円柱と平面 β とで囲まれる部分の立体のうち小さい方の立体を考える．この立体の $x=t\ (3\leqq t\leqq 6)$ による断面の面積 $S(t)$ は
$S(t)=\boxed{}$ である．

(4)　(3) の立体の体積は $\boxed{}$ である．

【※岩手医科大学】

$\boxed{77}$ 非回転体の体積

座標空間において原点 O を中心とする半径 1 の円 C が xy 平面上にあり，$x>0$ の領域において点 A $(0,\ -1,\ 0)$ から点 B $(0,\ 1,\ 0)$ まで移動する C 上の動点を P とする．

$z \geqq 0$ の領域において，yz 平面上の点 T を頂点とし，2 点 P，Q を通る放物線 L を考える．ただし，Q，T は下記の 2 条件を満たす点である．

- 点 Q は C 上にあり，直線 PQ は x 軸に平行である．
- 三角形 PQT は xz 平面に平行であり，点 T の z 座標は線分 PQ の長さに等しい．

点 P が $(1,\ 0,\ 0)$ であるとき，放物線 L を表す式は

$$y=0\ ,\qquad z=\boxed{}\,x^2+\boxed{}\quad (\text{ただし，}-1\leqq x\leqq 1)$$

であり，この放物線と線分 PQ で囲まれる図形の面積は $\boxed{}$ である．

点 P が点 A から点 B まで移動するとき，放物線 L と線分 PQ で囲まれる図形が通過してできる立体の体積は $\boxed{}$ である．

【杏林大学】(一部抜粋)

$\boxed{78}$ 不等式で表された立体の体積

不等式

$$x^2+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{3}-7\leqq\frac{10}{3}(x+y+z-7)$$

で表される立体に対して，平面 $z=t$ による切り口を考えると，t のとり得る値の範囲は $\boxed{}\leqq t\leqq\boxed{}$ である．このことから，この立体の体積は $\boxed{}$ である．

【※東邦大学】

$\boxed{79}$ 複雑な回転体の体積

xyz 空間上に原点中心，半径 1 の球面 K がある． K と $z=\dfrac{1}{2}$ の共通部分にできる円を C とし， C 上の点 P を中心とする半径 1 の円板 L が K に接しているとする．

(1) C 上の点 $\mathrm{P}_0\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ 0,\ \dfrac{1}{2}\right)$ において L が K に接しているとき， L 上に存在する点の z 座標がとり得る値の範囲を $z_1 \leqq z \leqq z_2$ とする． z_1 と z_2 を求めよ．

(2) 平面 $z=t\ (z_1 \leqq t \leqq z_2)$ による L の切り口と z 軸との距離の最小値 d を求めよ．

(3) 点 P が C 上を 1 周するとき， L が通過してできる部分と $z=z_1$, $z=z_2$ とで囲まれてできる立体の体積を求めよ．

【※愛知医科大学】

$\boxed{80}$ 放物線・接線のなす角・軌跡

曲線 C を C : $y^2=2x$ とする．

(1) C 上の点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{9}{2},\ 3\right)$， $\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{8},\ \dfrac{1}{2}\right)$ における接線の交点を P とする．

P($\boxed{}$, $\boxed{}$) であり，$\angle\mathrm{APB}=\boxed{\text{ア}}\ \pi$ である．

(2) C 上の点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{a^2}{2},\ a\right)$, $\mathrm{B}\left(\dfrac{b^2}{2},\ b\right)$ における接線の交点 P は P($\boxed{}$, $\boxed{}$) である．このとき点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ とする．ただし， $a>b$ とする．

(3) a, b を $\angle\mathrm{APB}=\boxed{\text{ア}}\ \pi$ を満たしながら動かすとき， X の最小値は $\boxed{}$ であり，点 P は双曲線 $\dfrac{x^2}{\boxed{}}-\dfrac{y^2}{\boxed{}}=1$ を x 軸方向に $\boxed{}$ 平行移動したものの一部を表す．

【※聖マリアンナ医科大学】

$\boxed{81}$　楕円と直線

円 $x^2+y^2=r^2$ を y 軸方向に $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 倍した楕円を $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(0<b<a)$ とする．

楕円 C の $x<0$ にある焦点を $\mathrm{F_1}$，$x>0$ にある焦点を $\mathrm{F_2}$ とし，楕円 C と y 軸との交点のうち $y<0$ にある点を A とする．このとき，$\mathrm{F_1A}=2\sqrt{5}$ が成り立っている．

(1)　$r=\boxed{}$，$\mathrm{F_1}(-\boxed{},\ 0)$ である．

(2)　楕円 C の接線のうち，直線 $\mathrm{F_1A}$ と平行な直線を ℓ とする．直線 ℓ の y 切片が最大であるとき，ℓ は $y=-\boxed{}\,x+\boxed{}$ である．

(3)　点 P は楕円 C 上を動く点とする．三角形 $\mathrm{F_1AP}$ の面積の最大値は $\boxed{}$ であり，そのときの点 P の x 座標は $\boxed{}$ である．

【※獨協医科大学(1日目)】

$\boxed{82}$　極方程式(一定であることの証明)・双曲線

原点 O の座標平面上に，双曲線 $H:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ (ただし，$x\geqq 2$) がある．

H 上の点 P を $\mathrm{P}(r\cos\theta,\ r\sin\theta)$ と極座標表示して，P と $\mathrm{OP}\perp\mathrm{OQ}$ を満たす点 Q を H 上にとれる場合を考える．このとき，$\dfrac{1}{\mathrm{OP}^2}+\dfrac{1}{\mathrm{OQ}^2}$ は一定の値をとることを示せ．

【日本大学(前期)2次試験】(一部抜粋)

メディセンス original method

TERAKOYA

TERAKOYA
—寺子屋—

常勤講師が自習時間も同じフロアに同席、どこまでも生徒と伴走します。

毎年医学部受験の生徒をひとりひとり手厚く見てきたメディセンスだからこそ編み出すことができた、究極のオリジナルメソッド「TERAKOYA- 寺子屋 -」。

予備校の授業は分かりやすくて当たり前。その上で、いかに生徒の理解を得点力へ昇華させるか。そこが合否の分かれ目だと私たちは捉えています。

理解するだけの授業から、授業の中で自分で問題が解けるところまで。
そしてその成果を実感できる演習へ。

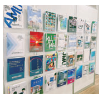
私たちと一緒に確かな得点力を身につけていきましょう。

POINT 1 社会人講師が対応

現役活躍中の社会人講師が同席します。授業を受け持つ講師がそのまま演習時間も伴走。プロとして第一線を走る彼らの頼もしい背中を見に来てください。

受験校選びをサポート

長年受験生をサポートしてきた講師が様々なノウハウを伝授。情報戦にも負けない環境がここにあります。



POINT 4 科目による制限なし

いつもは英語やってたけど、
もうすぐ学校のテストだから、
今日は数学を勉強したい、もOK！
英・数・化・物・生・二次対策、対応可能です。

POINT 5 学校の良さ、そのままに

大教室に複数の生徒。
昔ながらの「寺子屋」の形を受け継ぎます。
先生と一緒、仲間と一緒、だから乗り越えられる。
困った時は頼っていいんです。

POINT 2 勉強方法の相談可能

成績が伸び悩んだ時は相談してください。あなたに合った目標達成へのプランを何度でも提案します。何をいつまでにどのくらい…安心して打ち込める環境をご用意します。

かけもち可能

この日は部活の試合があって､､､など
外せない予定があっても大丈夫。学校の定期テストについても相談してください。
無理な課題や勧誘は行いません。

POINT 6 オリジナル課題の提供

医学部受験に特化したプロ講師作成のオリジナル課題をご用意。苦手克服も得意を伸ばすのもあなた次第。
志望校合格を目指しましょう。

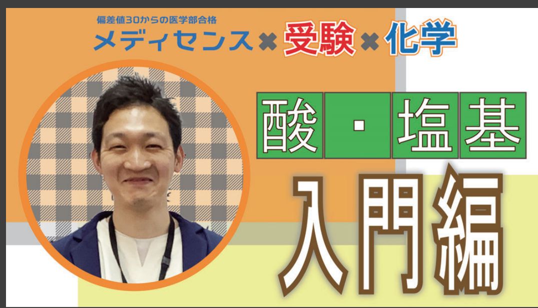
POINT 3 個々の成長に応じた指導

1人1人、個別に質問対応。
解らないをそのままにしない、不明点は解るまで何度でも向き合います。

YouTubeにて
動画配信中!!

医学部受験生を応援！
- 授業動画を配信 -

西きょうじ先生の基礎英語講座をはじめ、
化学科の配信もスタート！
動画は随時更新中！！



SNS更新中

twitter

Instagram

公式ブログ

公式 HP はこちら→

検索 | メディセンス

偏差値30からの医学部合格

メディセンス

medisense

無料相談・体験授業承ります。 お気軽にお問い合わせください。

東京麹町校

132-0083
東京都千代田区麹町 3-4-3
シエルブルー麹町

☎ 03-5211-7800

有楽町線「麹町」駅3番出口 徒歩10秒
「半蔵門」駅 徒歩5分

大阪天満宮校

530-0044
大阪府大阪市北区東天満
1-3-10 南森町アーバンビル

☎ 06-6356-8871

JR 東西線「大阪天満宮」駅8号出口 徒歩3分
「南森町」駅 徒歩5分